

# **Zur Morphologie und Dynamik kosmischer Strukturen**

**Matthias Ostermann, LMU München**

**SFB 375 Astroteilchenphysik  
Teilprojekt B3**

Claus Beisbart, Uni Konstanz

Thomas Buchert, LMU München

Jens Schmalzing, LMU München

# Überblick

## **Morphologie** (mit Jens Schmalzing und Claus Beisbart)

- Minkowskifunktionale
- Das Boolesche Kornmodell
- Zur Berechnung der Minkowskifunktionale
- Verarbeitung der Daten des Galaxienkatalogs 2dF
- Ausblick auf den Sloan Digital Sky Survey (SDSS)

## **Dynamik** (mit Thomas Buchert)

- Zur Dynamik kosmischer Strukturen
- Zur Relativistischen Lagrangeschen Störungsrechnung

# Minkowskifunktionale

- mathematischer Hintergrund: Integralgeometrie
- vollständige Familie von  $d+1$  morphologischen Maßen
- einfache geometrische Interpretation für  $d = 1, 2, 3$

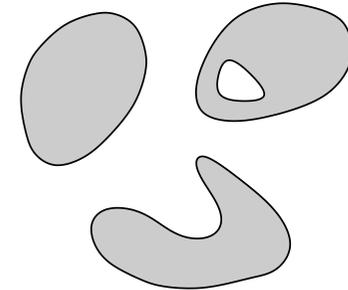


Tabelle: Geometrische Deutung der Minkowskifunktionale

$d$	1	2	3
$V_0$	Länge	Fläche	Volumen
$V_1$	Eulercharakteristik	Umfang	Oberfläche
$V_2$	-	Eulercharakteristik	Integrale mittlere Krümmung
$V_3$	-	-	Eulercharakteristik

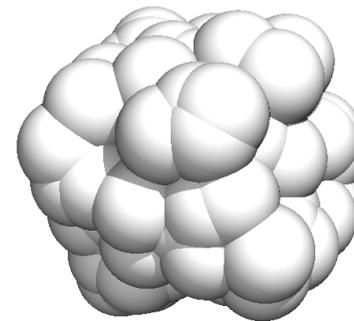
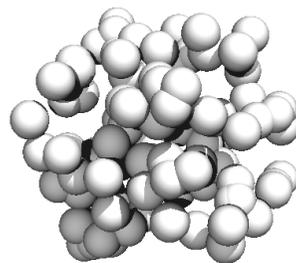
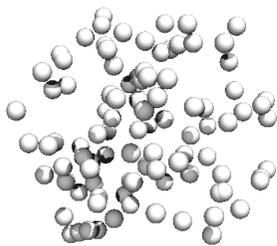
## Das Boolesche Kornmodell

Galaxienkatalog als Menge von Punkten  $\{\mathbf{x}_i\}$  im Raum

Jeder Punkt wird mit einer Kugel „verziert“:

$$A_r = \bigcup B_r(\mathbf{x}_i),$$

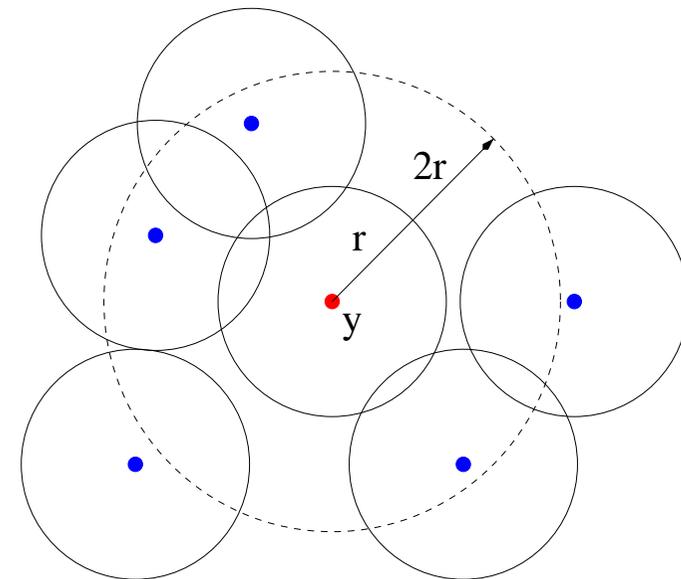
und das so entstandene Muster  $A_r$  mittels partieller Minkowskifunktionale berechnet, mit dem Radius  $r$  als diagnostischem Parameter.



# Bestimmung des Funktional $V_0$

## Volumenberechnung für $A_r$

- Erstellen einer Poisson-Verteilung innerhalb der Katalogmaske  $D$
- Berechnen der Nachbarlisten der einzelnen Punkte
- Konstruieren einer Kugel mit Radius  $r$  um die jeweiligen Punkte
- Bestimmen der Schnitte jeder Kugel mit der Struktur  $A_r$



rot: Zufallspunkt  $y$   
blau: Kataloggalaxien

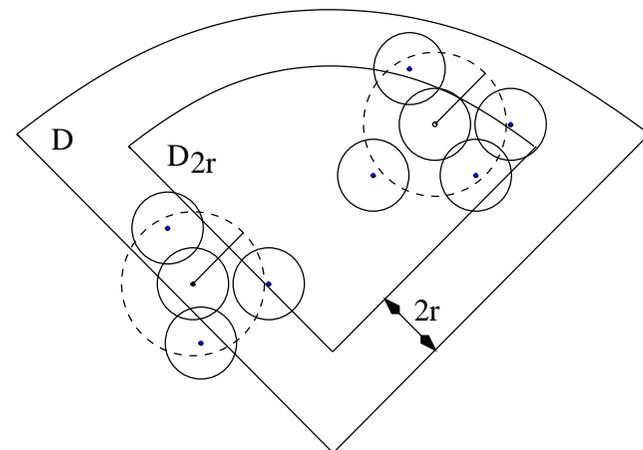
## Bestimmung der Funktionale $V_\mu$

- Im Allgemeinen Sample-Fenster  $D$  mit komplizierter Geometrie.
- Partitionsformel (Schneider 1993):  
Globale Minkowskifunktionale als Summen über die (lokalen) Beiträge der einzelnen Kugeln, sowie der Schnitte von zwei und drei Kugeln.
- Berechnen über **partielle Minkowskifunktionale**  $V_\mu(A_r; \mathbf{x}_i)$ :

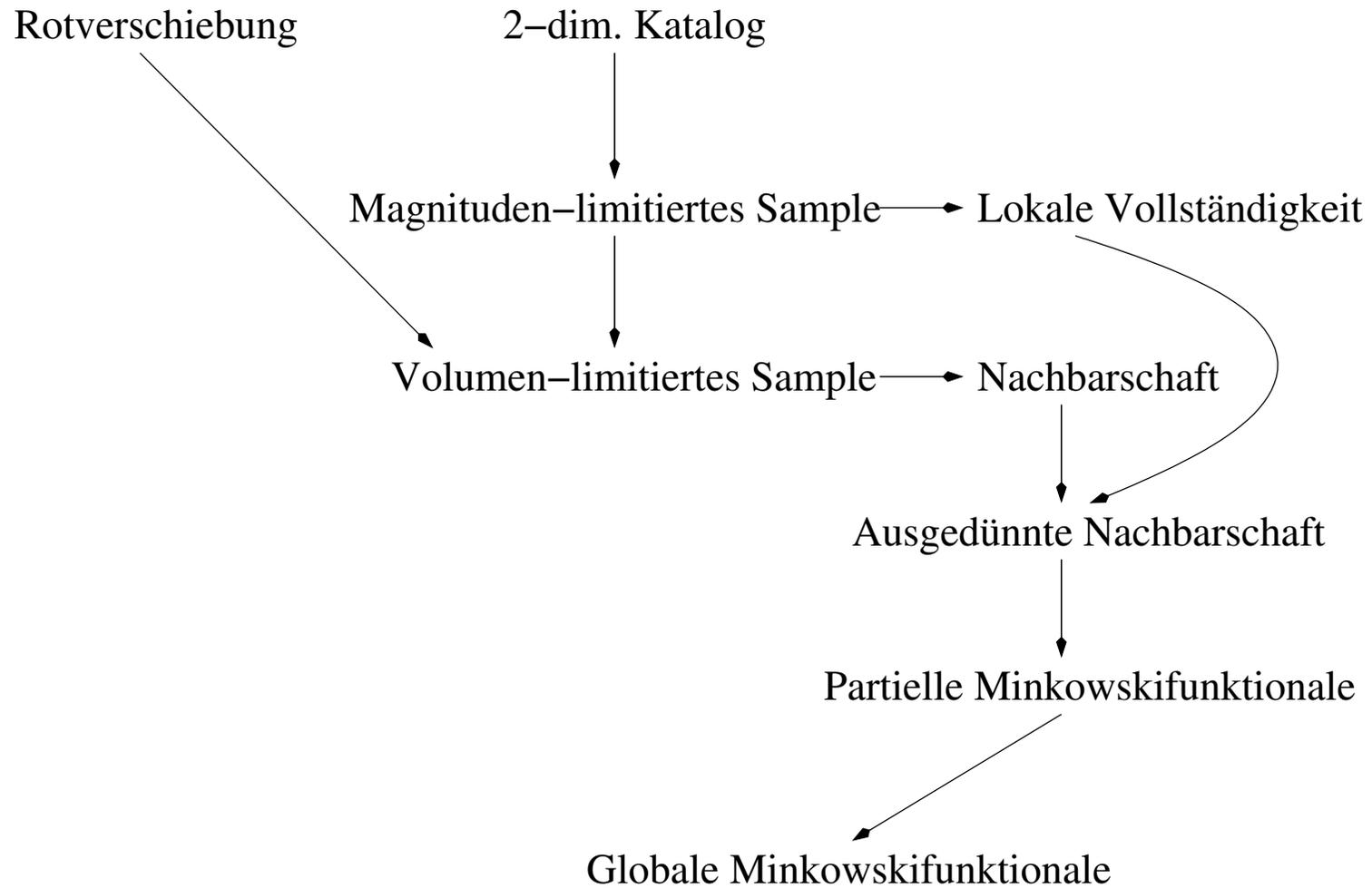
$$v_\mu = \frac{1}{|D_{2r}|} \sum_{i=1}^N \chi_{D_{2r}}(\mathbf{x}_i) V_\mu(A_r; \mathbf{x}_i),$$

mit der charakteristischen Funktion

$$\chi_{D_{2r}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in D_{2r} \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \notin D_{2r} \end{cases}$$



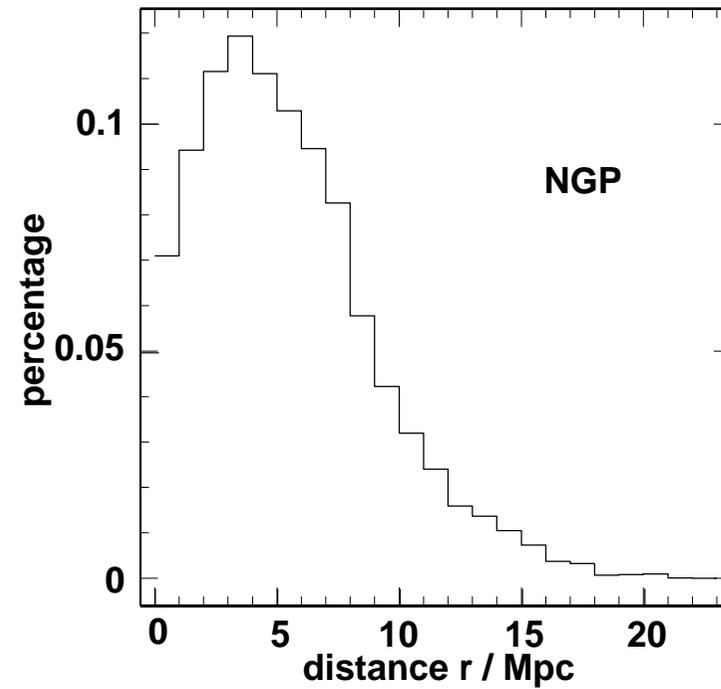
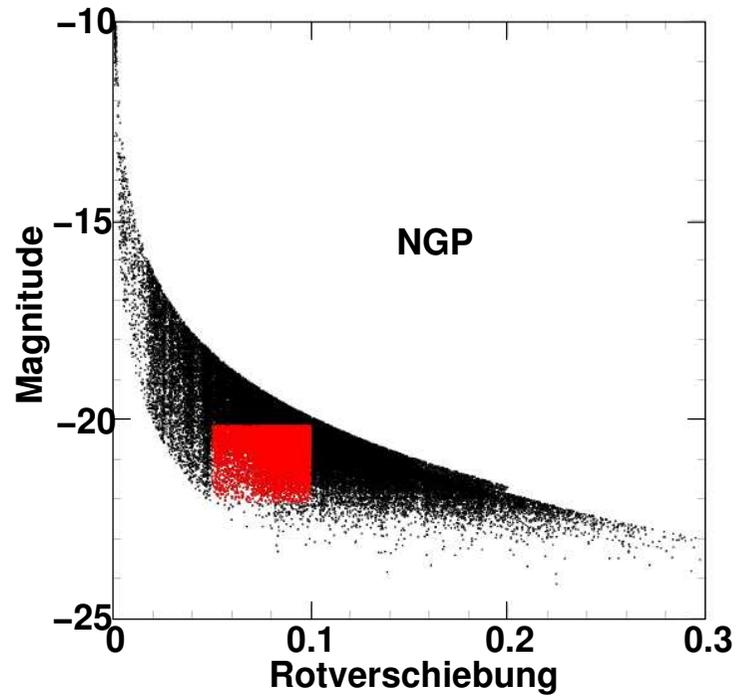
# Zur Bearbeitung der Daten



## Statistik der verwendeten 2dF-Daten

	SGP	NGP
# der Galaxien	190824	135879
Größtmögliche Magnitude	19.151	18.895
Größte verwendete Magnitude	18.8	18.8
# der Galaxien im Magnitudenbereich	94179	73350
# guter Galaxien	61508	52235
# guter Galaxien mit $\eta$ -Typ	55948	47321
Rotverschiebungsbereich	[0.05,0.1]	[0.05,0.1]
Magnitudenbereich	[-22.1,-20.15]	[-22.1,-20.15]
# ausgewählter Galaxien	10428	10777

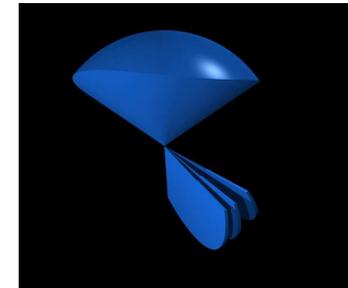
## Statistik der verwendeten 2dF-Daten



# Ausblick auf den Sloan Digital Sky Survey

## Sloan Digital Sky Survey (SDSS)

- Durchmusterung eines Viertels des Himmels
- Rotverschiebungen von etwa 1 Million Galaxien
- Fertigstellung: DR1 2003, DR2 2004, Final 2006



## Minkowskifunktionale des SDSS

- Untersuchung im Rahmen einer externen Kollaboration
- Vorläufige Ergebnisse zu „Large-scale Structure Sample 12“ (Blanton et al. 2002):
  1. Ergebnisse aus einem Datensatz sind konsistent.
  2. Vergleich mit Simulationen stützt Existenz der kosmologischen Konstanten.

Hikage, Schmalzing, Buchert *et al.* 2003, PASJ 55.

## Zur Dynamik kosmischer Strukturen

- Einsteingleichungen für rotationsfreien Staub
- Übergang in Lagrangesche (mitbewegte) Koordinaten: ADM-Gleichungen
  1. (Effektiv) Sechs Entwicklungsgleichungen
  2. Vier Bedingungsgleichungen

- Koordinatenfreie Darstellung mit Cartans Co-Frames (Triaden) durch

$$g_{ij}(t, X^k) = G_{ab}(X^k) \eta^a_i(t, X^k) \eta^b_j(t, X^k)$$

- Weyltensor (spurfreier Teil des Riemanntensor) enthält volle Information:  
Gleichungssystem für elektrischen Teil  $E^i_j$  und magnetischen Teil  $H^i_j$
- Sehr kompakte Darstellung mit Differentialformen

## Zur Lagrangeschen Störungsrechnung

- Störungsansatz für die Triade

$$\eta^a_i(t, X^k) = a(t) [\delta^a_i + P^a_i(t, X^k)]$$

- Gleichungen erster Ordnung

1. Spurgleichung

$$\ddot{P} + 2H\dot{P} = 4\pi G (\rho_H - \rho)$$

2. Gleichung für den spurfreien Teil  $\tilde{P}^i_j$

$$\ddot{\tilde{P}}^i_j + 3H\dot{\tilde{P}}^i_j = -{}^{(1)}\tau^i_j$$

3. Spurfreier Teil des Ricci-Tensors in erster Ordnung

$${}^{(1)}\tau_{ij} = {}^{(0)}\tau_{ij} + P^k_{i||j||k} + P^k_{j||i||k} + \dots$$